

國立臺中教育大學 106 學年度教師專業碩士學位學程招生考試

數學專業試題

※請於答案卷上作答區中作答，否則不予計分；本次考試得用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。

一、填充題（每格 5%，共 80%）

1. 從 1 到 1000 的整數中為 3 或 7 的倍數，但不為 9 的倍數者有_____個。

2. 若有一等差數列有 4 項且公差為正數，此 4 項之和為 12，中間兩項之積為 -40，則從小到大排出該等差數列為_____。

3. 某儀器製造公司發現若每週生產 x 臺儀器，其成本 $C(x) = 180x + 16000$ ，而其收入 $R(x) = -2x^2 + 660x$ （單位均為元）。求應生產多少臺儀器，才能使利潤最大？_____臺。

4. 一蝸牛沿著高 65 公尺的牆面向上爬行，若蝸牛白天可垂直向上爬行 8 公尺，晚上因為休息之故，而垂直下滑 3 公尺，若現在是白天開始，當作第一天，且蝸牛的位置是離地 2 公尺，則第_____天，可爬到牆頂端。

5. 假設 a, b 均為自然數，若小明和小英分別計算 $a \div b$ 之除法問題，且兩人之計算都沒有錯誤，而小明得到之商為 2017，餘數為 836，小英之商為 $2017.\overline{0422}$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

6. 3^{100} 的末兩位數字的和是_____。

（背面尚有試題）

7. 設 a 為實數，已知方程式 $x^2 - (a+i)x + 3+3i=0$ 有一實根，則 $a =$ _____。

8. 設 $x > 1$ ，則 $\log_2 x + \log_x 16$ 之最小值為_____。

9. 表面積（長方體各面的面積和）為 54 平方單位的長方體中，則長方體的最大體積為_____立方單位。

10. 平面上相異的 6 個圓，最多可以把平面分割成_____個區域。

11. 在直角坐標平面上，若 $\triangle ABC$ 的三個頂點的坐標分別為 $A(4,5)$ 、 $B(6,-9)$ 、 $C(1,1)$ ，則 $\angle BAC =$ _____度。

12. 某公司共有 10 位員工，此 10 位員工的平均體重為 56 公斤，母體標準差為 4 公斤，若 10 位員工中的 8 位體重分別為 50、52、53、54、56、57、60、61 公斤，則另 2 位員工的體重分別為_____公斤。

13. 一球自離地面 h 公尺高的樓頂落下，每次返跳高度為落下的高度的 $\frac{5}{7}$ 倍，設此球靜止時所經過的距離為 540 公尺，則 $h =$ _____。

14. 設 A 是一個 3×3 的矩陣且滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$ 、 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ 、 $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$ ，則 $A =$
_____。

15. 令 $a = 9 + 99 + 999 + \cdots + \overbrace{99 \cdots 9}^{2017 \text{ 個}}$ ，則 $\frac{a}{100000}$ 之小數部分為_____。

16. 某班級 50 位學生之數學成績不理想，若數學老師將每位學生之原始分數開根號再乘以 10，調整為新成績，調整後全班成績之平均為 60 分，標準差為 10 分（標準差之定義為離均差之平方和除以總人數後再開根號），則未調整前之原始分數平均為_____。

二、計算證明題（20%，請務必寫出計算或證明過程與結果）

1. 已知 $p = 59^{10} + 9 \times 59^2 + 8$ 、 $q = 59^4 - 59^2 + 1$ ，則 p 除以 q 的餘數為何？(10%)

2. 有一個遊戲，參賽者會看見 5 扇關閉的門，其中 1 扇的後面有一輛汽車，而另外 4 扇的後面則放了一顆球，若選中後面有車的那扇門就可以贏得該汽車。參賽者先選定了 1 扇門，在開啟前，知道門後情形的節目主持人會開啟剩下 4 扇門的其中 1 扇，露出其中一顆球，然後主持人會問參賽者要不要換其他的門。試問參賽者換或不換得到汽車的機率各為何？(10%)