

國立臺中教育大學 107 學年度教師專業碩士學位學程招生考試

數學專業試題

※請於答案卷上作答區中作答，否則不予計分；本次考試得用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。

一、填充題（每題 4%，共 80%）

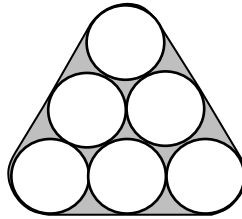
1. 設 z 為一複數，且 $\frac{z-2}{z+2} = i$ （其中 $i = \sqrt{-1}$ ），則 $|z| =$ _____。

2. 若 $\sum_{i=1}^{10} (a_i + 2i) = 240$ ，則 $\sum_{i=1}^{10} a_i =$ _____。

3. 坐標平面上有兩條平行線，它們的 x 軸截距相差 20， y 軸截距相差 15，則這兩條平行線的距離為_____。

4. 若 $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5$ ，且多項式 $g(x) = f(f(x))$ ，則 $g(x)$ 除以 $x - 2$ 所得的餘式為_____。

5. 6 個直徑為 4 公分的圓以外切的方式排列如下圖所示，則灰色部分面積為_____平方公分。



6. 方程式 $27(9^x + 9^{-x}) - 336(3^x + 3^{-x}) + 847 = 0$ 中所有解的平方和為_____。

7. 若 $x \in (-1, 1)$ ，則 $f(x) = \frac{10^x - 1}{10^x + 1}$ 之反函數為_____。

（背面尚有試題）

8. 若 $\log_{(x+2)}(-x^2 + x + 12)$ 有意義，則 x 的範圍為_____。
9. 擲三顆公正的骰子一次，在至少出現一顆為4點的條件下，其點數和為偶數的機率為 $\frac{a}{b}$ ，則 $a + b =$ _____。
10. 若 a 與 b 皆為實數且滿足 $\sin a + \sin b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 和 $\cos a + \cos b = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，則 $\sin(a + b) =$ _____。
11. 若 $O(0,0)$ 、 $A(2,3)$ 、 $B(5,5)$ 、 $C(1,1)$ 為坐標平面上的四個點， $P(x,y)$ 為 $\triangle ABC$ 所在平面上的動點且 $x \geq 0, y \geq 0$ 。若 $90^\circ \leq \angle BAP \leq 180^\circ$ 且 $0^\circ \leq \angle BCP \leq 90^\circ$ ，則 \overline{OP} 的最小值為_____。
12. 拋物線 $y = -x^2 + 4x - 3$ 的圖形與 x 軸的交點為 A 與 B ，而以 A 與 B 為切點所做成拋物線的切線為 L_1 與 L_2 ，則 L_1 和 L_2 與拋物線圍成的封閉區域面積為_____。
13. 若角 θ 的終邊在直線 $y = 4x$ 上，則 $\frac{2\sin\theta - \cos\theta}{2\sin\theta + \cos\theta} =$ _____。
14. 若 x 、 y 、 z 為實數且 $x + y + z = 5$ ，則 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y$ 的最小值為_____。
15. 一平面 E 過點 $A(1,2,3)$ 且分別與二平面 $E_1: x + 2y - z + 1 = 0$ 、 $E_2: x - y + z - 1 = 0$ 垂直，則此平面 E 的方程式為_____。

16. 若 $A(1, -4)$ 、 $B(5, 2)$ ， C 點在曲線 $y = x^2$ 上，欲使 $\triangle ABC$ 的面積最小，則 C 點坐標為_____。

17. 若 $a > 0$ 、 $b > 0$ 、 $c > 0$ ，則 $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$ 之最小值為_____。

18. 若多項式 $f(x)$ 除以 $2x + 1$ 的餘式為 8 ，則 $x^3 f(x)$ 除以 $x + \frac{1}{2}$ 的餘式為_____。

19. 不等式 $x^8 - 1 < 0$ 的解為_____。

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} (4x - \sqrt{16x^2 - x}) =$ _____。

二、應用題（每題 10%，共 20%）

1. 假設一個國家有 1% 的人會患上某種疾病，其中有 98% 的患者經由醫學檢測可正確檢測出陽性結果，而有 3% 的非患者會誤檢出陽性結果。若隨機從該國家挑選一人進行檢測，其檢測結果呈現陽性，則此人確實患病的機率是多少？（答案請四捨五入取至小數第二位）

2. 假設甲、乙、丙三鎮兩兩之間距離皆為 20 公里，有兩條筆直的公路相交於丁鎮，其中一條公路通過甲、乙兩鎮，而另一條公路通過丙鎮。若兩公路的夾角為 45° ，求丙、丁兩鎮間的距離。