

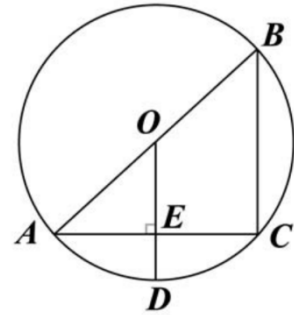
國立臺中教育大學 107 學年度教師專業碩士學位學程招生考試

數學試題

※請於答案卷上作答區中作答，否則不予計分；本次考試得用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。

一、填充題（每題 4%，共 80%）

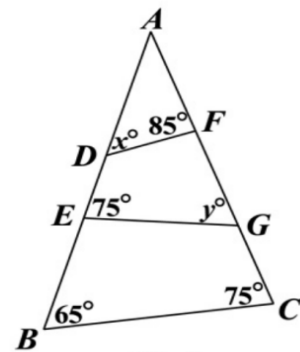
1. 如右圖， \overline{AB} 為圓 O 的直徑， C 、 D 為圓上二點，已知 $\overline{OD} \perp \overline{AC}$ ，且 \overline{OD} 與 \overline{AC} 交於 E 點，若 $\overline{OE} = 8$ 、 $\overline{DE} = 4$ ，則 \overline{BC} 的長度為_____。



2. 函數 $y = 16x^2 - 96x + 149$ 圖形的頂點坐標為_____。

3. 若 a 為方程式 $(x - \sqrt{19})^2 = 100$ 的正根， b 為方程式 $(y - 4)^2 = 19$ 的負根，則 $a + b =$ _____。

4. 如右圖， D 、 E 在 \overline{AB} 上， G 、 F 在 \overline{AC} 上。根據圖上的資訊，則 $x + y =$ _____。



5. $\triangle ABC$ 中，若 $\cos B = \frac{3}{5}$ 、 $\cos C = \frac{5}{13}$ 且 $\overline{BC} = 14$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____。

6. $(312598)^{10}$ 的末兩位數字為_____。

(背面尚有試題)

7. 已知 $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 2c & 2d \end{vmatrix} = 30$ 、 $\begin{vmatrix} a+2e & 2b \\ c+2f & 2d \end{vmatrix} = 22$ ，則 $\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} =$ _____。
8. 在 $(2x^2 - \frac{1}{x})^8$ 的展開式中， x^7 的係數為_____。
9. 自 1 到 2000 的自然數中，不為 2、3 或 5 任一數之倍數者有_____個。
10. 若 x 、 y 除以 9 的餘數分別為 2 和 7，則 x^4y^2 除以 9 的餘數為_____。
11. 有一個正方形的靶，邊長為 8 公分，中心點設為 A ，若小亮每次射飛鏢都射在靶上，則他射中距離 A 點 2 公分以內的機率為_____。
12. 若 a 、 b 為自然數，兩數相差 219，且最小公倍數為 6424，則兩數之和為_____。
13. 若 x 為正整數，且 $\frac{1001}{x}$ 亦為正整數，則 x 可能的值有_____個。
14. 有一個三角形的邊長分別為 12、16、20，此三角形的外接圓半徑與內切圓半徑的比值為_____。
15. 由 success 的 7 個字母中，任取 4 個字母，其組合數為_____。
16. 若 a 為自然數，且 $\sqrt{3}$ 介於 $\frac{a+5}{a}$ 與 $\frac{a+6}{a+1}$ 之間，則 $a =$ _____。

17. 設三角形 $\triangle ABC$ 的三內角 $\angle A = \alpha^\circ$ 、 $\angle B = \beta^\circ$ 、 $\angle C = \gamma^\circ$ ，且 $3\alpha : 4\beta = 1 : 2$ 、 $5\beta : 6\gamma = 1 : 2$ ，則 $\alpha =$ _____。

18. A 、 B 、 C 為直角坐標平面上的三個點，其中 $A(2,3)$ 、 $B(4,5)$ ， C 點在直線 $2x + y = 2$ 上，且 $\overline{AC} = \overline{BC}$ ，則 C 點的坐標為_____。

19. 在一不透明的箱子中有 8 顆白球、 x 顆黑球，每顆球被抽到的機率均相同。今每次任取一球，且取後不放回，若連續取球兩次，此兩球皆為白球的機率為 $\frac{14}{33}$ ，則 $x =$ _____。

20. 設 x 為實數，且滿足方程式 $|x + 3| + |x - 9| = 16$ ，則 $x =$ _____。

二、應用題（每題 10%，共 20%）

1. 有甲、乙兩個大小不同的水桶，其容量分別為 x 、 y 公升。現在將一些水平分裝入二個水桶中，若將甲桶中的水全部倒入乙桶後，乙桶還可以再裝 20 公升的水；若將乙桶中的水倒入甲桶，裝滿甲桶後乙桶還剩下 10 公升的水。試列出 x 、 y 的關係式。

2. 若 $a_1, a_2, \dots, a_{100} \in \{-1, 0, 1\}$ ， $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 35$ ，且 $(a_1 + 1)^2 + (a_2 + 1)^2 + \dots + (a_{100} + 1)^2 = 227$ ，請問 a_1, a_2, \dots, a_{100} 中有幾項是 0？